www.andreavalenzi.com
info@andreavalenzi.com
02100 - Rieti (RI)

VERIFICHE DI S.L.E. SECONDO LE NTC 2008

TRAVE IN C.A. – **FESSURAZIONE**

Si supponga di esaminare la sezione di appoggio di una trave continua in calcestruzzo armato, sulla quale andremo a condurre la verifica di **fessurazione** per lo Stato Limite di Esercizio.

Le caratteristiche dei materiali sono:

- calcestruzzo C25/30

  modulo elastico del cls $E_c = 22000 \cdot \left(\frac{f_{ck}+8}{10}\right)^{0,3} = 22000 \cdot \left(\frac{25+8}{10}\right)^{0,3} = 31476 \ \mathrm{N/mm^2}$

  $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}{}^{2/3} = 0,3 \cdot 25^{2/3} = 2,56 \ \mathrm{N/mm^2}$

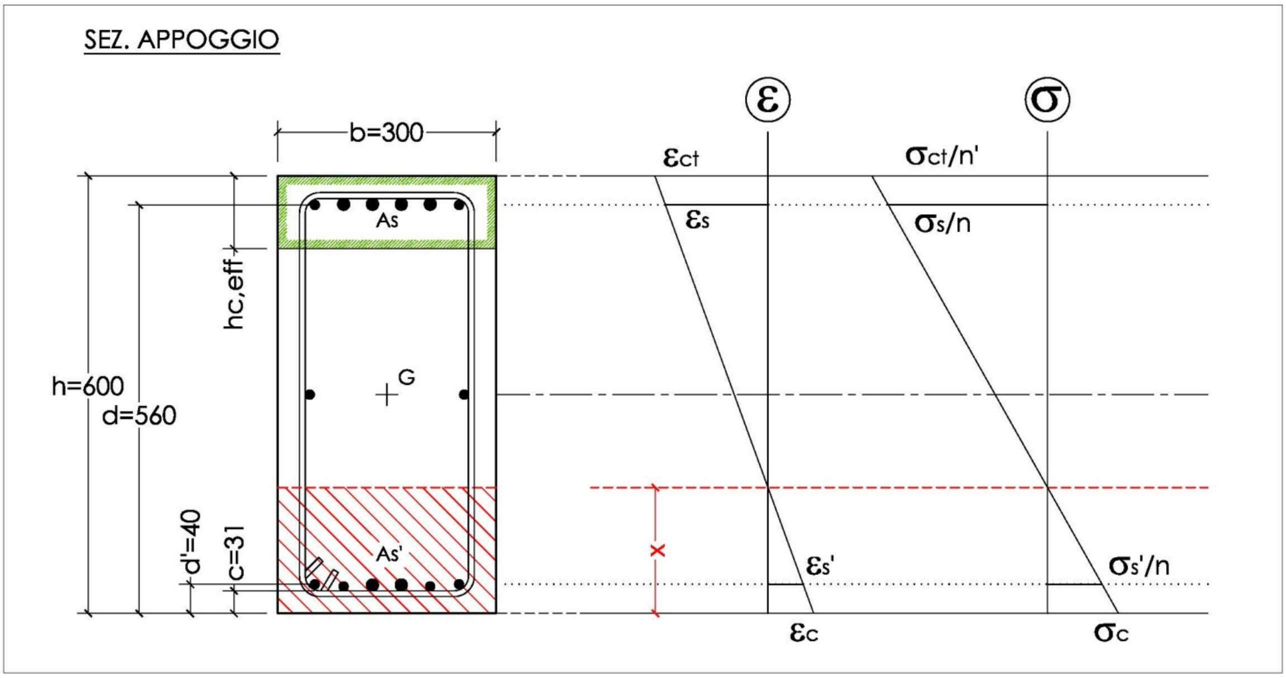
  stato limite di formazione delle fessure $\sigma_t = \frac{f_{ctm}}{1,2} = \frac{2,56}{1,2} = 2,13 \ \mathrm{N/mm^2}$

- acciaio B450C

I coefficienti di omogenizzazione convenzionali (che tengono conto degli effetti della viscosità nel cls) per i carichi di lungo termine sono:

- $n = 15$ (per omogenizzare acciaio a cls compresso)
- $n' = 0,6$ (per omogenizzare cls teso a cls compresso)

La sezione avrà le caratteristiche riportate in figura:



$As = 3\phi14 + 3\phi16 = 10,65 \ \mathrm{cm^2}$

$As' = 3\phi14 = 4,62 \ \mathrm{cm^2}$

La verifica di fessurazione è riportata nel §4.1.2.2.4 delle NTC 2008.
Dalla Tab.4.1.III, in funzione della "classe di esposizione" definiamo le condizioni ambientali: ORDINARIE.
Le armature impiegate, poiché costituite da acciai ordinari, sono classificate dalla normativa come: ARMATURE POCO SENSIBILI.

Con riferimento alle caratteristiche sopra descritte, attraverso la Tab.4.2.IV, individuiamo gli stati limite di fessurazione:

- per la combinazione frequente → **stato limite di apertura delle fessure** $\mathbf{w_d} \leq \mathbf{w_3}$
- per la combinazione quasi-permanente → **stato limite di apertura delle fessure** $\mathbf{w_d} \leq \mathbf{w_2}$

dove:
$\mathbf{w_d}$: valore di calcolo di apertura delle fessure
$\mathbf{w_2}, \mathbf{w_3}$: valori limite di apertura delle fessure, ripettivamente 0,3mm e 0,4mm.

Prima di effettuare la verifica di fessurazione è necessario accertarsi che l'elemento effettivamente si fessuri. Affinchè la sezione individuata della trave in esame sia soggetta alla fessurazione è necessario che venga raggiunto lo stato limite di formazione delle fessure, ovvero che all'estremo lembo teso della sezione si sia raggiunta la tensione limite a trazione del cls, σ_t.

Indicando con $\mathrm{M_{fess}}$ il momento flettente per cui si sia raggiunta tale tensione σ_t, l'elemento in questione subirà la fessurazione se risulta:

$$\begin{matrix}\mathrm{M_{freq}} \\ \mathrm{M_{q-p}}\end{matrix} \geq \mathrm{M_{fess}}$$

Supponiamo che dall'analisi strutturale si siano determinate, nella sezione in esame, le seguenti sollecitazioni di momento flettente:

- combinazione frequente → $\mathrm{M_{Ed_{freq}}} = 135{,}7\ \mathrm{kN \cdot m}$
- combinazione quasi-permanente → $\mathrm{M_{Ed_{q-p}}} = 127{,}7\ \mathrm{kN \cdot m}$

Determiniamo il momento di fessurazione considerando, in prima ipotesi, la sezione al <u>I°stadio</u>: sezione completamente reagente sia a compressione che a trazione.

Posizione asse neutro in esercizio:

$$\mathrm{Sn} = \frac{\mathrm{b \cdot x^2}}{2} + \mathrm{n \cdot As' \cdot (x - d') - n' \cdot} \frac{\mathrm{b \cdot (h - x)^2}}{2} - \mathrm{n \cdot As \cdot (d - x)} = 0$$

$$\frac{300 \cdot \mathrm{x}^2}{2} + 15 \cdot 462 \cdot (\mathrm{x} - 40) - 0{,}6 \cdot \frac{300 \cdot (600 - \mathrm{x})^2}{2} - 15 \cdot 1065 \cdot (560 - \mathrm{x}) = 0$$

$$\Rightarrow \ \mathrm{x} = 281{,}6\ \mathrm{mm} \quad (28{,}16\ \mathrm{cm})$$

Il momento d'inerzia della sezione vale:

$$J_{id} = \frac{\mathrm{b \cdot x^3}}{3} + \mathrm{n \cdot As' \cdot (x - d')^2 + n' \cdot} \frac{\mathrm{b \cdot (h - x)^3}}{3} + \mathrm{n \cdot As \cdot (d - x)^2} =$$

$$= \frac{300 \cdot 281{,}6^3}{3} + 15 \cdot 462 \cdot (281{,}6 - 40)^2 + 0{,}6 \cdot \frac{300 \cdot (600 - 281{,}6)^3}{3} + 15 \cdot 1065 \cdot (560 - 281{,}6)^2 =$$

$= 5{,}81 \cdot 10^9 \ \ mm^4$

Avendo flessione retta:

$\sigma_{ct} = n' \cdot \frac{M}{J_{id}} \cdot (h - x)$ ponendo $\sigma_{ct} = \sigma_t$ $\Rightarrow \sigma_t = n' \cdot \frac{M_{fess}}{J_{id}} \cdot (h - x) = 2{,}13 \ \ N/mm^2$

da cui ricaviamo il momento di fessurazione:

$$M_{fess} = \frac{\sigma_t}{n'} \cdot \frac{J_{id}}{(h - x)} = \frac{2{,}13}{0{,}6} \cdot \frac{5{,}81 \cdot 10^9}{(600 - 281{,}6)} / 10^6 = 64{,}8 \ \ kN \cdot m$$

Essendo dunque:

$$\begin{matrix} M_{Ed_{freq}} = 135{,}7 \ \ kN \cdot m \\ M_{Ed_{q-p}} = 127{,}7 \ \ kN \cdot m \end{matrix} \geq M_{fess} = 64{,}8 \ \ kN \cdot m$$

La trave in esercizio è fessurata nella sezione considerata, pertanto si trova nel <u>II°stadio</u>.

Procediamo ora ricalcolando asse neutro e momento d'inerzia ideale considerando la sezione al <u>II°stadio</u>, trascurando dunque la resistenza a trazione del cls.

$$Sn = \frac{300 \cdot x^2}{2} + 15 \cdot 462 \cdot (x - 40) - 15 \cdot 1065 \cdot (560 - x) = 0$$

$$\Rightarrow x = 183{,}1 \ \ mm \ \ (18{,}31 \ \ cm)$$

$$J_{id} = \frac{300 \cdot 183{,}1^3}{3} + 15 \cdot 462 \cdot (183{,}1 - 40)^2 + 15 \cdot 1065 \cdot (560 - 183{,}1)^2 =$$

$$= 3{,}025 \cdot 10^9 \ \ mm^4$$

<u>COMBINAZIONE FREQUENTE</u>

- tensione nell'armatura tesa considerando la sezione fessurata

$$\sigma_s = n \cdot \frac{M_{Ed_{freq}}}{J_{id}} \cdot (d - x) = 15 \cdot \frac{135{,}7}{3{,}025 \cdot 10^9} \cdot (560 - 183{,}1) = 253{,}6 \ \ N/mm^2$$

- area efficace di cls attorno all'armatura

$$h_{c,eff} = \min\left[2{,}5 \cdot (h - d); \frac{(h - x)}{3}; \frac{h}{2}\right] = \min\left[2{,}5 \cdot (600 - 560); \frac{(600 - 183{,}1)}{3}; \frac{600}{2}\right] = 100 \ \ mm$$

$$A_{c,eff} = b \cdot h_{c,eff} = 300 \cdot 100 = 30000 \ \ mm^2$$

- rapporto di armatura

$$\rho_{eff} = \frac{As}{A_{c,eff}} = \frac{1030}{30000} = 0{,}034$$

Determiniamo la deformazione unitaria media delle barre d'armatura:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} \cdot (1 + n \cdot \rho_{eff})}{E_s} \geq 0{,}6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

per carichi di lunga durata $\longrightarrow$ $k_t = 0{,}4$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{253{,}6 - 0{,}4 \cdot \frac{2{,}56}{0{,}034} \cdot (1 + 15 \cdot 0{,}034)}{210000} = 0{,}001$$

$$0{,}6 \cdot \frac{253{,}6}{210000} = 0{,}00072$$

$\Rightarrow$ $\varepsilon_{sm} = 0{,}001$

Determiniamo la distanza massima tra le fessure:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \cdot {\phi_1}^2 + n_2 \cdot {\phi_2}^2}{n_1 \cdot \phi_1 + n_2 \cdot \phi_2} = \frac{3 \cdot 14^2 + 3 \cdot 16^2}{3 \cdot 14 + 3 \cdot 16} = 15{,}07$$

$$\Delta_{s_{max}} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \frac{\phi_{eq}}{\rho_{eff}}$$

nel caso di flessione $\longrightarrow$ $k_2 = 0{,}5$
barre ad aderenza migliorata $\longrightarrow$ $k_1 = 0{,}8$
ricoprimento d'armatura $\longrightarrow$ $c = 31$
$k_3 = 3{,}4$
$k_4 = 0{,}425$

$$\Delta_{s_{max}} = 3{,}4 \cdot 31 + 0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}425 \cdot \frac{15{,}07}{0{,}034} = 180{,}75 \ \text{mm}$$

Il valore di calcolo di apertura delle fessure sarà:

$$\mathbf{w_d} = \varepsilon_{sm} \cdot \Delta_{s_{max}} = 0{,}001 \cdot 180{,}75 = 0{,}18 \ \text{mm}$$

$$\boxed{\mathbf{w_d} = 0{,}18 \ \text{mm} \leq \mathbf{w_3} = 0{,}4 \ \text{mm}}$$ VERIFICA SODDISFATTA

COMBINAZIONE QUASI-PERMANENTE

- tensione nell'armatura tesa considerando la sezione fessurata

$$\sigma_s = 15 \cdot \frac{127{,}7}{3{,}025 \cdot 10^9} \cdot (560 - 183{,}1) = 238{,}7 \ \text{N/mm}^2$$

- area efficace di cls attorno all'armatura

$A_{c,eff} = 30000 \ \text{mm}^2$

- rapporto di armatura

  $\rho_{eff} = 0{,}034$

La deformazione unitaria media delle barre d'armatura vale:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{238{,}7 - 0{,}4 \cdot \frac{2{,}56}{0{,}034} \cdot (1 + 15 \cdot 0{,}034)}{210000} = 0{,}00092$$

La distanza massima tra le fessure è pari a:

$$\Delta_{s_{max}} = 180{,}75 \ \text{mm}$$

Il valore di calcolo di apertura delle fessure è pari a:

$$\mathbf{w_d} = \varepsilon_{sm} \cdot \Delta_{s_{max}} = 0{,}00092 \cdot 180{,}75 = 0{,}167 \ \text{mm}$$

$$\boxed{\mathbf{w_d} = 0{,}166 \ \text{mm} \ \leq \mathbf{w_3} = 0{,}3 \ \text{mm}}$$ VERIFICA SODDISFATTA