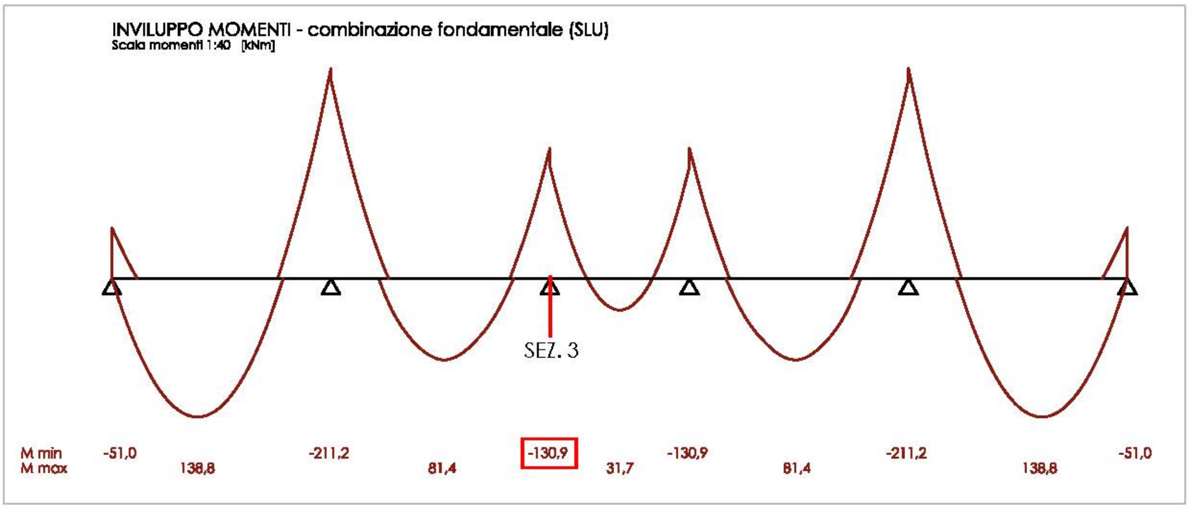
VERIFICHE DI S.L.U. SECONDO LE NTC 2008

TRAVE IN C.A. – PROGETTO/VERIFICA DI SLU FLESSIONE RETTA

In questo esempio eseguiremo il progetto/verifica, a flessione retta, di una sezione di una trave continua. Si supponga di aver già studiato la trave continua e di aver determinato le sollecitazioni di calcolo.



Supponiamo dunque di voler studiare la sez.3, e quindi di voler determinare il quantitativo di armatura longitudinale necessario per far fronte alla sollecitazione di momento flettente presente nella sezione individuata, il quale risulta essere:

$$M_{Ed} = 130{,}9\ \mathrm{kN \cdot m}$$

Supponiamo inoltre di avere già assegnate le dimensioni geometriche della sezione: 30x60 cm.

Le caratteristiche dei materiali impiegati sono:

- calcestruzzo C25/30

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0{,}85 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 14{,}2\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$\varepsilon_{cu} = 3{,}5\ ‰$$

- acciaio B450C

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{450}{1{,}15} = 391{,}0\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391}{210000} = 1{,}86\ ‰$$

Volendo fare in modo che l'elemento abbia buone capacità dissipative (grande deformazione plastica delle armature tese) si progetteranno le varie sezioni significative (di campata e di appoggio) controllando la duttilità del materiale:

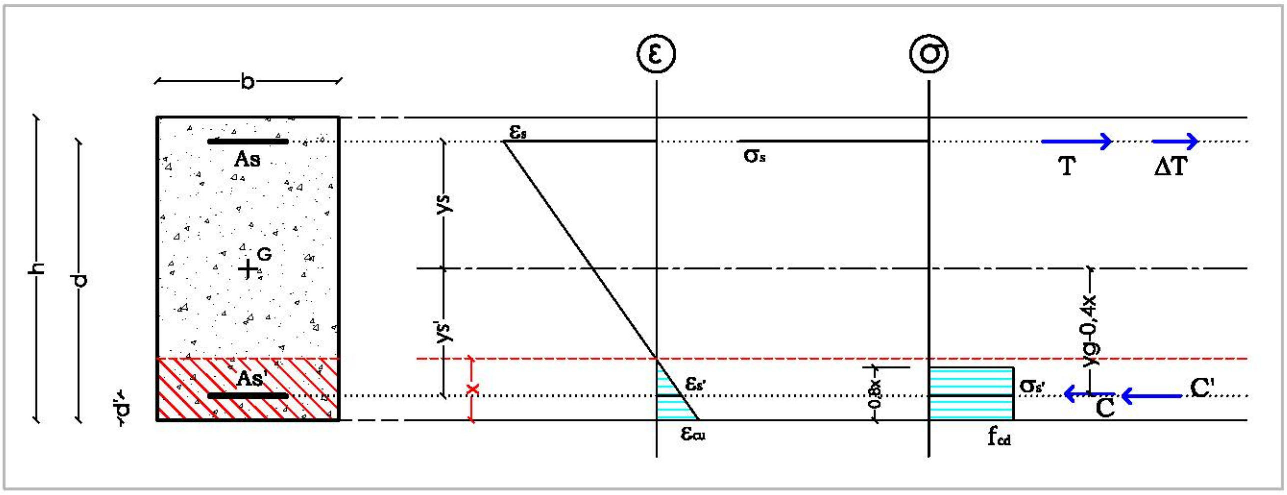
$$\mu_m = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{yd}}$$

TABELLA UNIVERSALE PER IL DIMENSIONAMENTO DI SEZIONI IN C.A. INFLESSE A SEMPLICE ARMATURA ALLO *STATO LIMITE ULTIMO* (per cls di classe ≤ C50/60)						
ε_{cu}	ε_s	k	ζ	ω	$m_{u\,Rid}$	μ_{MAT}
3,5	67,5	0,0493	0,9803	0,0394	0,0387	36,3
3,5	60	0,0551	0,9780	0,0441	0,0431	32,3
3,5	55	0,0598	0,9761	0,0479	0,0467	29,6
3,5	50	0,0654	0,9738	0,0523	0,0510	26,9
3,5	45	0,0722	0,9711	0,0577	0,0561	24,2
3,5	40	0,0805	0,9678	0,0644	0,0623	21,5
3,5	35	0,0909	0,9636	0,0727	0,0701	18,8
3,5	30	0,1045	0,9582	0,0836	0,0801	16,1
3,5	25	0,1228	0,9509	0,0982	0,0934	13,4
3,5	20	0,1489	0,9404	0,1191	0,1121	10,8
3,5	18	0,1628	0,9349	0,1302	0,1218	9,7
3,5	16	0,1795	0,9282	0,1436	0,1333	8,6
3,5	14	0,2000	0,9200	0,1600	0,1472	7,5
3,5	12	0,2258	0,9097	0,1806	0,1643	6,5
3,5	11	0,2414	0,9034	0,1931	0,1745	5,9
3,5	10	0,2593	0,8963	0,2074	0,1859	5,4
3,5	9,5	0,2692	0,8923	0,2154	0,1922	5,1
3,5	9	0,2800	0,8880	0,2240	0,1989	4,8
3,5	8,5	0,2917	0,8833	0,2333	0,2061	4,6
3,5	8	0,3043	0,8783	0,2435	0,2138	4,3
3,5	7,5	0,3182	0,8727	0,2545	0,2221	4,0
3,5	7	0,3333	0,8667	0,2667	0,2311	3,8
3,5	6,5	0,3500	0,8600	0,2800	0,2408	3,5
3,5	6	0,3684	0,8526	0,2947	0,2513	3,2
3,5	5,5	0,3889	0,8444	0,3111	0,2627	3,0
3,5	5	0,4118	0,8353	0,3294	0,2752	2,7
3,5	4,5	0,4375	0,8250	0,3500	0,2888	2,4
3,5	4	0,4667	0,8133	0,3733	0,3036	2,2
3,5	3,5	0,5000	0,8000	0,4000	0,3200	1,9
3,5	3	0,5385	0,7846	0,4308	0,3380	1,6
3,5	2,5	0,5833	0,7667	0,4667	0,3578	1,3
3,5	2	0,6364	0,7455	0,5091	0,3795	1,1

Si suppone che la crisi della sez.3 avvenga per schiacciamento del cls e fissiamo una deformazione delle barre tese pari $\varepsilon_s = 30$ ‰.

$$\Rightarrow \ \mu_m = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{yd}} = \frac{30}{1{,}86} = 16{,}1$$

<u>SEZ. APPOGGIO 3</u>



$b = 30$ cm $\quad h = 60$ cm $\quad d' = 4$ cm $\quad d = 56$ cm $\quad y_s = y_s{}' = \frac{h}{2} - d' = 26$ cm

PROGETTO

momento ultimo ridotto $m_{ur} = \omega \cdot \zeta = \frac{M_{ul}}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2}$

Momento ultimo che la sezione è in grado di fornire con semplice armatura:

$$M_{ul}{}^{s.a.} = m_{ur} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 = 0{,}081 \cdot 14{,}2 \cdot 300 \cdot 560^2/10^6 = 108{,}2 \ \ kN \cdot m$$

Momento che deve essere fornito dalla coppia aggiuntiva $C', \Delta T$ di braccio $d - d'$:

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{ul}{}^{s.a.} = 130{,}9 - 108{,}2 = 22{,}7 \ \ kN \cdot m$$

da cui determiniamo:

$$\Rightarrow \ C' = \Delta T = \frac{\Delta M}{d - d'} = \frac{22{,}7}{56 - 4} \cdot 10^2 = 43{,}7 \ \ kN$$

Quantitativo di armatura tesa:

$$As = \omega \cdot \frac{f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} = 0{,}085 \cdot \frac{14{,}2 \cdot 300 \cdot 560}{391}/10^2 = 5{,}19 \ \ cm^2$$

Incremento di armatura tesa per fornire il ΔM:

$$\Delta As = \frac{\Delta T}{f_{yd}} = \frac{43{,}7}{391} \cdot 10 = 1{,}12 \ \ cm^2$$

$$\Rightarrow \ As_{tot} = As + \Delta As = 5{,}19 + 1{,}12 = 6{,}30 \ \ cm^2$$

Si sceglie di impiegare come <u>armatura superiore tesa</u>:
$As_{tot} \ \rightarrow \ 2\phi 14 + 2\phi 16 = 7{,}10 \ \ cm^2$

Vediamo se l'armatura compressa As' risulta snervata:

asse neutro $x = k \cdot d = 0{,}104 \cdot 56 = 5{,}82 \ \ cm$

$$\varepsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = \frac{5{,}82 - 4}{5{,}82} \cdot 3{,}5 = 1{,}09 \ ‰ \qquad < \ \varepsilon_{yd}$$

L'armatura superiore As' non risulta snervata, per cui lavorerà a:

$$\sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s = 210000 \cdot \frac{1{,}09}{1000} = 230{,}0 \ \ N/mm^2$$

Quantitativo di armatura compressa:

$$As' = \frac{C'}{\sigma'_s} = \frac{43{,}7}{230{,}0} \cdot 10 = 1{,}90 \ \ cm^2$$

Si sceglie di impiegare come <u>armatura inferiore compressa</u>:
$As' \ \rightarrow \ 2\phi 14 = 3{,}08 \ \ cm^2$

Secondo le NTC 2008 (§7.4.6.2.1) la quantità minima di armatura longitudinale deve essere:

- 2 barre min $\phi 14$ posizionate superiormente e inferiormente √
- $\frac{1{,}4}{f_{yk}} < \rho_{tesa} < \rho_{comp} + \frac{3{,}5}{f_{yk}}$ con ρ rapporto geometrico di armatura

  $$\frac{1{,}4}{450} < \frac{7{,}10}{(30 \cdot 60)} < \frac{3{,}08}{(30 \cdot 60)} + \frac{3{,}5}{450}$$

  quindi $0{,}0031 < 0{,}0039 < 0{,}0095$ √
- $\rho_{comp} \geq \frac{1}{2} \rho_{tesa}$

  $$\frac{3{,}08}{(30 \cdot 60)} \geq \frac{1}{2} \frac{7{,}10}{(30 \cdot 60)}$$

  $0{,}0019 \geq 0{,}0017$ √

VERIFICA

La trave non è soggetta a sforzo normale.

$$C + C' - T = N_{Ed} = 0$$

$$f_{cd} \cdot 0{,}8 \cdot x \cdot b + \left[E_s \cdot \frac{x - d'}{x} \cdot \varepsilon_{cu}\right] \cdot As' - f_{yd} \cdot As = 0$$

risolvendo ricaviamo l'effettiva posizione dell'asse neutro:

$$14{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot x \cdot 300 + \left[210000 \cdot \frac{x - 40}{x} \cdot {}^{3{,}5}/_{1000}\right] \cdot 308 - 391 \cdot 710 = 0$$

$$3408 \cdot x^2 - 9055200 + 226380 \cdot x - 277610 \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow x = 59{,}6 \ \text{mm} \quad (5{,}96 \ \text{cm})$$

Ricalcoliamo le effettive deformazioni delle armature:

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{d} \cdot \varepsilon_{cu} = \frac{56 - 5{,}96}{56} \cdot 3{,}5 = 29{,}4 \ ‰ \qquad > \varepsilon_{yd}$$

$$\varepsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \cdot \varepsilon_{cu} = \frac{5{,}96 - 4}{5{,}96} \cdot 3{,}5 = 1{,}15 \ ‰ \qquad < \varepsilon_{yd}$$

L'armatura tesa risulta snervata, mentre quella compressa si trova in campo elastico.

Le tensioni a cui lavorano le due armature sono:

$$\Rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 391{,}0 \ \text{N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s = 210000 \cdot \frac{1{,}15}{1000} = 241{,}5 \ \text{N/mm}^2$$

Il momento resistente ultimo che è in grado di fornire la sezione progettata è:

$$M_{ul,Rd} = C \cdot (y_G - 0{,}4 \cdot x) + C' \cdot y_s' - T \cdot y_s =$$
$$= [14{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 59{,}6 \cdot 300 \cdot (300 - 0{,}4 \cdot 59{,}6)] + [241{,}5 \cdot 308 \cdot 260] - [391{,}0 \cdot 710 \cdot 260]/10^6 =$$
$$= 147{,}5 \ \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\boxed{\frac{M_{ul,Rd} = 147{,}5}{M_{ERd} = 130{,}9} = 1{,}127 > 1}$$

VERIFICA SODDISFATTA

La duttilità di materiale risulta essere pari a:

$$\mu_m = \frac{29{,}4}{1{,}86} = 15{,}8$$